

Examen de rhéologie (MSE-206) 2024
25 juin 2024, 9h15-12h15

Formulaire autorisé, pas d'autres documents
Calculatrice scientifique autorisée

4 problèmes indépendants – Répondez directement sur ce document

1 point de bonus pour la présentation (propreté, orthographe)

Problème 1. Semelle amortissante pour marathon (22 points/60)

Vous êtes embauché dans le labo d'application d'une entreprise de chaussures de sport, et on vous demande d'évaluer, de mettre en œuvre et de tester une nouvelle formulation d'élastomère biosourcé. Il s'agit d'exploiter le comportement viscoélastique de ce matériau afin de créer une couche amortissante qui sera insérée dans la semelle du champion du monde du marathon.

a) Pour caractériser le comportement de cet élastomère, vous effectuez dans un premier temps des tests de relaxation de la contrainte $\sigma(t)$ sur des échantillons du matériau soumis à une déformation constante ε_0 . Vous obtenez les valeurs suivantes pour le module de relaxation $R(t) = \sigma(t)/\varepsilon_0$:

- $R(0) = 5.000 \text{ MPa}$
- $R(0.1 \text{ s}) = 2.202 \text{ MPa}$
- $R(0.5 \text{ s}) = 1.160 \text{ MPa}$
- $R(5 \text{ s}) = 1.154 \text{ MPa}$

Vous décidez de représenter l'élastomère avec un modèle SLSM. A partir de ces données expérimentales, déterminez les constantes des ressorts E_1 et E_2 et de l'amortisseur η , et les temps de relaxation τ_ε et de retard τ_σ .

Calculez à quelle fréquence f vous obtiendriez un amortissement maximum en cas de sollicitation harmonique.

b) Vous collez ensuite la couche amortissante à la semelle de la chaussure avec une presse, qui applique une déformation en compression contrôlée en trois étapes :

- déformation croissante de zéro à 1% en 1 s à vitesse de déformation constante,
- déformation constante de 1% pendant 10 s permettant à la colle rapide de prendre,
- retour à déformation nulle en 1 s à vitesse de déformation constante.

Dessinez schématiquement les profils de déformation et de contrainte pour cette opération. Écrivez ensuite les équations donnant la contrainte dans la couche amortissante au cours du temps pendant tout le cycle de collage, et calculez les valeurs de la contrainte à $t = 1$ s, $t = 11$ s et $t = 12$ s.

c) A quel moment la contrainte est-elle la plus élevée ? Quelles solutions pourriez-vous proposer pour la diminuer et pourquoi ?

d) Vous fabriquez une paire de chaussures amortissantes et les confiez au champion du monde du marathon qui va les tester. On considère que la course représente une sollicitation en contrainte cyclique de fréquence égale à 2 Hz. Le coureur pèse 65 kg, et la force maximale à l'impact est de 3 fois la force statique au repos (3 g). La couche amortissante a une épaisseur de 10 mm et elle est assimilée à un rectangle de largeur 8 cm et longueur 30 cm. Calculez l'énergie dissipée par le marathonien grâce à cette couche amortissante pendant tout le marathon, couru en 2 heures et 35 s (record du monde hommes).

Problème 2. Filière d'injection convergente (12 points/60)

La filière d'un système de moulage par injection de matières plastiques est de géométrie convergente (canal conique, Figure 1). Sa longueur L est de 80 mm, son diamètre d'entrée, D_1 , de 10 mm et celui de sortie, D_2 , de 4 mm.

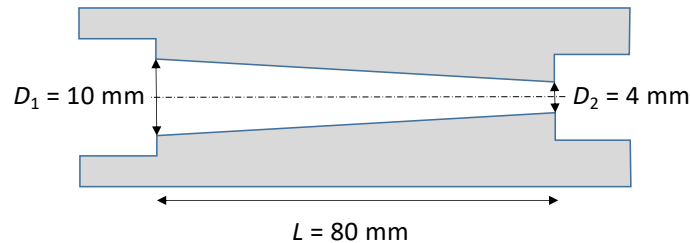


Figure 1. Schéma de la filière conique.

On pompe un polymère fondu à travers ce tube conique avec un débit de $1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ et on désire calculer la chute de pression le long du tube. Le comportement du polymère suit une loi de puissance avec un exposant $n = 0.4$ et une consistance $\kappa = 25 \text{ kPa} \cdot \text{s}^n$. Pour cela, on procède en deux étapes :

a) On suppose d'abord que le rayon de la filière d'injection est constant. Calculez la chute de pression ΔP pour les deux cas, diamètre de 10 mm et diamètre de 4 mm.

b) Donnez les vitesses de cisaillement apparentes, $\dot{\gamma}_A$, et à la paroi, $\dot{\gamma}_w$. Est-il nécessaire d'utiliser la correction de Rabinowitsch si on veut estimer la viscosité du polymère ?

c) On considère maintenant la filière conique. Montrez que la différence de pression s'écrit :

$$\Delta P = -\frac{2\tau_1}{3n \tan(\theta)} \left[\left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{3n} - 1 \right]$$

où R_1 et R_2 sont les rayons d'entrée et de sortie du tube, τ_1 est la contrainte de cisaillement à l'entrée du tube, θ est l'angle de fuite, tel que $\tan(\theta) = dR/dL$ et n est l'exposant de la loi de puissance. Pour trouver cette relation, on assimile le canal à une succession infinitésimale d'écoulements de Poiseuille sur des longueurs dL , qu'on intègre ensuite sur toute la longueur de la filière. Calculez la valeur de ΔP . Comment se compare-t-elle aux valeurs trouvées à la question a) ?

Problème 3. Écoulement de suspensions de zircone (16 points/60)

On considère deux suspensions de particules de zircone ZrO_2 monodisperses dans le même fluide Newtonien de viscosité $0.2 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ à une température $T = 25^\circ\text{C}$. Ce type de suspension est utilisée pour des composites dentaires. La concentration ϕ et le diamètre d des particules sont :

- Suspension 1 : $\phi_1 = 40\%$, $d_1 = 12 \text{ nm}$
- Suspension 2 : $\phi_2 = 5\%$, $d_2 = 25 \mu\text{m}$

On donne par ailleurs les densités du fluide $\rho_f = 1 \text{ g/cm}^3$ et de la zircone $\rho_z = 5.68 \text{ g/cm}^3$, et la constante de Boltzmann $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$.

a) Calculez l'augmentation relative de la viscosité due aux particules dans les deux cas. Précisez de quel type de suspension il s'agit.

b) Etablissez la liste des interactions susceptibles d'être présentes dans une suspension en général. Soyez exhaustif ! Précisez les interactions les plus importantes pour chacune des deux suspensions en mentionnant pour chacune si elles sont attractives ou répulsives.

c) On injecte ces suspensions à l'aide d'une seringue, correspondant à un écoulement de Poiseuille avec vitesse du fluide nulle à la paroi dans une conduite cylindrique de longueur L et diamètre D comme montré à la Figure 2. Dessinez sur la figure l'allure du profil de la vitesse $u_x(r)$ au sein de la suspension pour les cas Newtonien, rhéofluidifiant, et rhéoépaississant (on néglige l'effet des forces électrostatiques et on considère que la distribution des particules reste homogène).

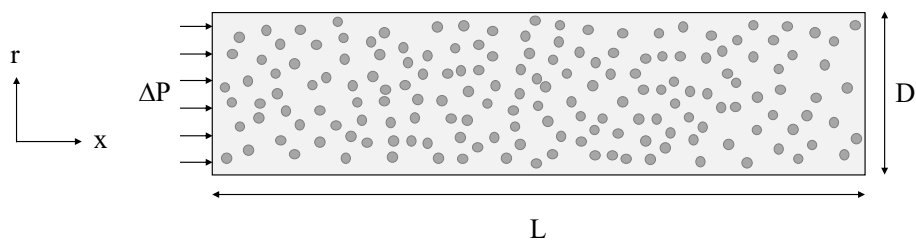


Figure 2. Géométrie de l'écoulement des suspensions.

d) Déterminez l'expression du taux de cisaillement $\dot{\gamma}(r)$ au sein de l'écoulement pour un fluide Newtonien, et pour un fluide de type loi de puissance d'exposant n . Que pouvez vous dire sur le taux de cisaillement à la paroi dans ces différents cas ?

e) Bonus (3 points) : dessinez ci-dessous les profils de cisaillement $\dot{\gamma}(r)$ au sein de l'écoulement dans la seringue de diamètre D pour $n = 1$, $n \rightarrow 0$ et $n \rightarrow \infty$

e) Quel peut être l'effet de l'écoulement sur ces deux suspensions ? On suppose que le taux de cisaillement moyen est de 100 s^{-1} dans les deux cas. Estimez par un rapport si cet effet pourrait vaincre la tendance à l'homogénéité. Par ailleurs, que pourrait-il se passer si on stoppe l'écoulement pour une longue durée et pourquoi ?

Problème 4. Cinq questions diverses (2 points/60 pour chaque question)

- [illegible]

- e) A quoi servent les équations de Colebrook et de Haaland (données dans le formulaire) ?
- f) Dessinez la microstructure du chocolat en nommant les différentes phases qui le constituent, et expliquez brièvement le rôle de chacune des phases sur la rhéologie du chocolat fondu.